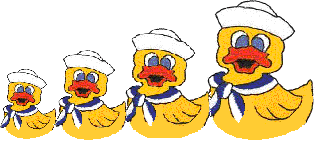
CHAPITRE 7

La similitude

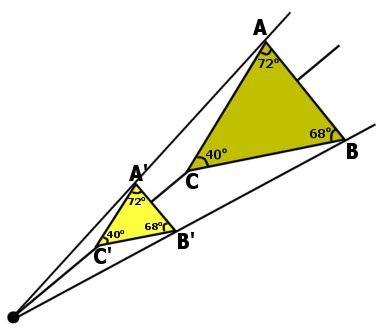
~Notes de cours~



Mathématique 2e secondaire

Collège Regina Assumpta

2014 – 2015



Nom : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Groupe : \_\_\_\_\_

**CHAPITRE 7 – La similitude**

Table des matières

1- Homothétie 3

2- Rapport d’homothétie 4

5- Trouver un rapport d’homothétie 6

6- Figures semblables 8

7- Rapport de similitude (k) 9

8- Reproductions à l’échelle 12

9- Les polygones - Rappel 14

10- Énoncés de géométrie (preuves) 17

11- Preuves géométriques 19

**SECTION 2**

# Homothétie

|  |
| --- |
| L’homothétie (h) est une transformation géométrique qui permet d’associer, à toute figure initiale, une figure image selon un point fixe, nommé centre d’homothétie (O), et un rapport, nommé rapport d’homothétie (k). |

Exemple :

|  |
| --- |
| Le quadrilatère A’B’C’D’ est l’image du quadrilatère ABCD par l’homothétie de centre O et de rapport *k* = 2.    Le quadrilatère A’B’C’D’ est que le quadrilatère ABCD. |

|  |
| --- |
| L’homothétie est une transformation qui permet d’obtenir des figures ayant :   * des angles homologues isométriques;   **Homologues:** Qui se correspondent.   * des côtés homologues parallèles; * des mesures de côtés homologues proportionnelles. |

Exemple :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Angles homologues isométriques |  |  |
|  |  |
| Côtés homologues parallèles |  |  |
|  |  |
| Mesures de côtés homologues proportionnelles |  | |

# Rapport d’homothétie

|  |
| --- |
| Lorsque le rapport d’homothétie *k*, aussi appelé coefficient de proportionnalité est :   * Compris entre 0 et 1, la figure image correspond à une réduction de la figure initiale. * Égal à 1, la figure est isométrique à la figure initiale. * Supérieur à 1, la figure image correspond à un agrandissement de la figure initiale. |

Exemple :

Les rapports d’homothéties suivants sont-ils plus grand que 1, égal à 1 ou compris entre 0 et 1?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) | b) | c) |
|  |  |  |
|  |  |  |

1. Effectuer une homothétie avec un logiciel de géométrie dynamique
2. On trace le centre d’homothétie (O).
3. On trace la figure initiale.
4. On écrit un **nombre** correspondant au rapport d’homothétie.
5. Après avoir choisi la transformation désirée, soit l’homothétie, on sélectionne la figure initiale, le centre et le rapport d’homothétie afin d’obtenir la figure image.
6. On met les traces d’homothéties, en pointillé.
7. On identifie les sommets de la figure image.
8. Toujours indiquer deux mesures qui permettent de valider le rapport d’homothétie utilisé.

# Trouver un rapport d’homothétie

|  |
| --- |
| ou  mesure d’un côté IMAGE = mesure du côté homologue de la figure INITIALE • k |

Exemples : Trouve le rapport d’homothétie dans les figures suivantes.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| b) |  |
| 1. Trouve la mesure de et de , sachant que | |

## 

# Figures semblables

|  |
| --- |
| Deux figures sont semblables lorsque l’une est un agrandissement, une réduction ou la reproduction exacte de l’autre.  Pour avoir deux figures semblables, il faut que :   * Les angles homologues soient isométriques.   **OU**   * Les mesures des côtés homologues soient proportionnelles.   Attention!  Le symbole «  » signifie « est semblable à ». |

Exemples :

|  |  |
| --- | --- |
| Énoncés Justifications | |
|  |  |

# Rapport de similitude (k)

Le rapport de similitude est le rapport des côtés homologues.

Exemples :

|  |  |
| --- | --- |
| 1. S’agit-il de figures semblables?     ÉNONCÉS JUSTIFICATIONS | |
|  |  |
| 1. Voici deux rectangles semblables. Quel est le rapport de similitude? | |
| 1. Voici 2 triangles semblables. Trouve la mesure du côté BC. | |

|  |
| --- |
| Attention!  Quand ce n’est pas spécifié, la figure à gauche est toujours la figure initiale et celle de droite est la figure image. |

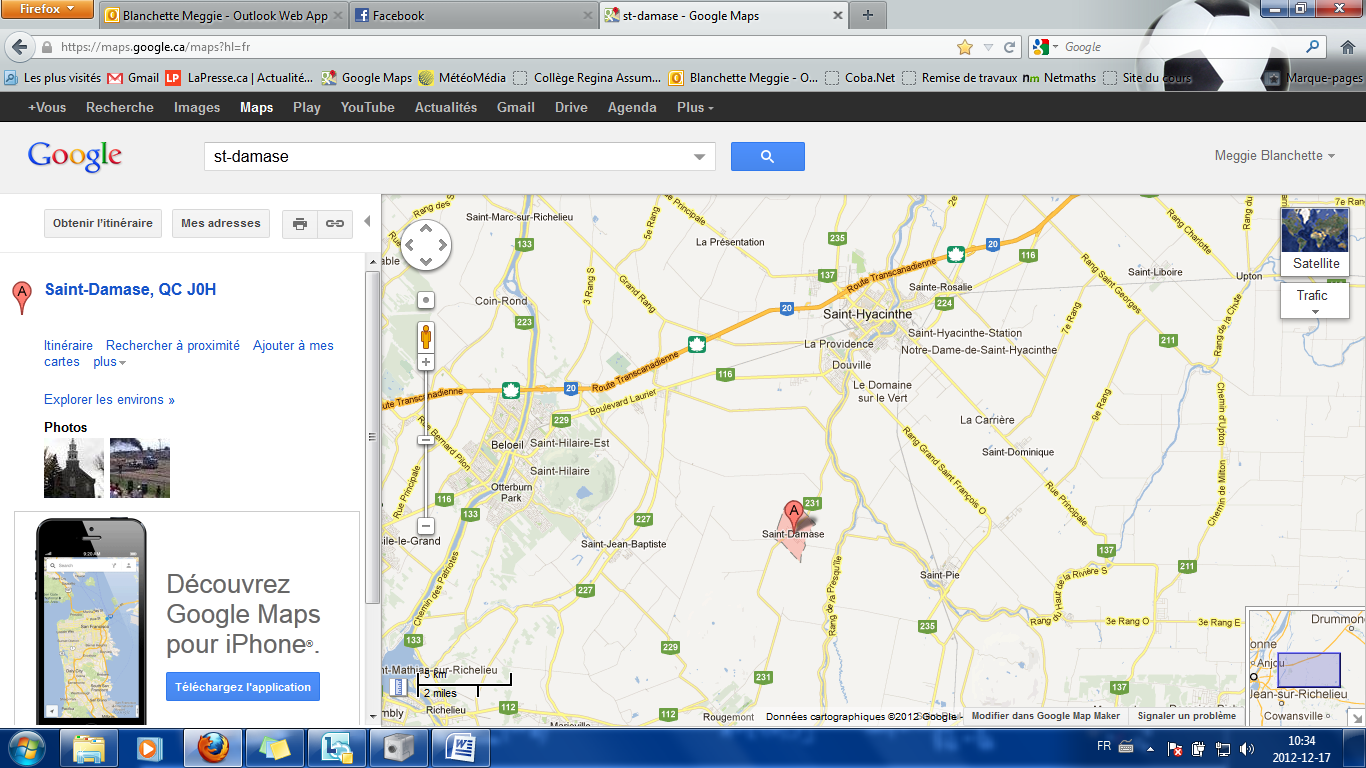
Exemple de problème :

|  |
| --- |
| Mathieu cherche à connaitre la hauteur d’un immeuble. Comme il est 14h et que le soleil plombe, il peut mesurer l’ombre de l’immeuble qui est de 125 mètres. Il sait qu’il mesure 1,75 mètre et que son ombre mesure 2 mètres, quelle est la hauteur de l’immeuble? |
|  |

# Reproductions à l’échelle

|  |
| --- |
| Agrandissement ou réduction d’un objet réel ou d’une figure, de telle façon que l’objet ou la figure de départ et l’objet ou la figure transformé soient semblables. Les plans, les cartes géographiques, les planches anatomiques et les modèles miniatures sont des exemples de reproduction à l’échelle. |

Exemples :



1. Sur une carte, la distance entre Saint-Damase et Saint-Hyacinthe est de 4,8 cm. Quelle est la distance réelle, en kilomètres, si l’échelle de la carte est de 5 : 1 000 000?

Démarche :

|  |
| --- |
|  |

1. Sur le plan d’un terrain de forme rectangulaire, on peut lire que la hauteur du rectangle est de 12 cm, ce qui correspond en réalité à une hauteur de 6 m. Si, en réalité, l’aire du terrain rectangulaire est de 72 m², quelle est l’aire de ce terrain sur le plan?

Démarche :

|  |
| --- |
|  |

# Les polygones - Rappel

On peut classer les polygones selon le **nombre de côtés** qu’ils ont.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Nombre de côtés | Nom |  | Nombre de côtés | Nom |
| 3 | Triangle |  | 8 | Octogone |
| 4 | Quadrilatère |  | 9 | Ennéagone |
| 5 | Pentagone |  | 10 | Décagone |
| 6 | Hexagone |  | 11 | Hendécagone |
| 7 | Heptagone |  | 12 | Dodécagone |

|  |
| --- |
| Dans un polygone à *n* côtés, il y a *n* angles intérieurs.  La somme de la mesure des angles intérieurs d’un polygone est :  **ou**  où *n* représente le nombre de côtés et S, la somme des mesures des angles intérieurs d’un polygone. |

|  |
| --- |
| Un polygone régulier est un polygone dont tous les côtés sont isométriques et tous les angles sont isométriques. |

|  |
| --- |
| La mesure d’un angle intérieur dans un polygone régulier à *n* côtés se trouve en appliquant la formule suivante : |

|  |
| --- |
| Dans un polygone, un angle extérieur correspond au supplément d’un angle intérieur. La mesure d’un angle extérieur dans un **polygone** se trouve en appliquant la formule suivante :    La somme de la mesure des angles extérieurs à un polygone est de 360 °. Il est donc possible de trouver la mesure d’un angle extérieur dans un **polygone régulier à *n* côtés** en utilisant la formule suivante : |

|  |
| --- |
| Un angle au centre est un angle dont le sommet se retrouve au centre d’un polygone régulier. On trouve la mesure de l’angle au centre dans un polygone régulier à *n* côtés en utilisant la formule suivante : |

|  |
| --- |
| Deux angles sont **alternes-internes** s’ils sont situés des deux côtés d’une sécante à deux droites dans la région comprise à l’intérieur de ces deux droites.  Angles alternes-internes : 3 et 6 / 4 et 5  Deux angles sont **alternes-externes** s’ils sont situés des deux côtés d’une sécante à deux droites dans la région comprise à l’extérieur de ces deux droites.  Angles alternes-externes : 1 et 8 / 2 et 7  Deux angles sont **correspondants** s’ils sont situés d’un même côté d’une droite sécante à deux droites, que l’un est interne et l’autre est externe et qu’ils ne sont pas adjacents.  Angles correspondants : 1 et 5 / 2 et 6 / 3 et 7 / 4 et 8  Attention!  Si et seulement si les deux droites coupées par la sécante sont **parallèles**,  alors les angles alternes-internes/alternes-externes/correspondants sont isométriques. |

# Énoncés de géométrie (preuves)

|  |  |
| --- | --- |
| **ÉNONCÉS DE GÉOMÉTRIE** | |
| 1. | **Dans tout triangle isocèle, les angles opposés aux côtés isométriques sont isométriques.** |
| 2. | L’axe de symétrie d’un triangle isocèle supporte une médiane, une médiatrice, une bissectrice et une hauteur de ce triangle. |
| 3. | Les côtés opposés d’un parallélogramme sont isométriques. |
| 4. | Les diagonales d’un parallélogramme se coupent en leur milieu. |
| 5. | Les angles opposés d’un parallélogramme sont isométriques. |
| 6. | Les diagonales d’un rectangle sont isométriques. |
| 7. | Les diagonales d’un losange sont perpendiculaires. |
| 8. | Si deux droites sont parallèles à une troisième, alors elles sont aussi parallèles entre elles. |
| 9. | Si deux droites sont perpendiculaires à une troisième, alors elles sont parallèles. |
| 10. | Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l’une d’elle est perpendiculaire à l’autre. |
| 11. | Trois points non alignés déterminent un et un seul cercle. |
| 12. | Toutes les médiatrices des cordes d’un cercle se rencontrent au centre de ce cercle. |
| 13. | Tous les diamètres d’un cercle sont isométriques. |
| 14. | Dans un cercle, la mesure d’un rayon est égale à la demi-mesure du diamètre. |
| 15. | Dans un cercle, le rapport de la circonférence au diamètre est une constante que l’on note π. |
| 16. | **Des angles adjacents dont les côtés extérieurs sont en ligne droite sont supplémentaires.** |
| 17. | **Les angles opposés par le sommet sont isométriques.** |
| 18. | Dans un cercle, l’angle au centre a la même mesure en degrés que celle de l’arc compris entre ses côtés. |
| 19. | **Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes, alternes-externes et correspondants sont respectivement isométriques.** |
| 20. | **Dans le cas d’une droite coupant deux droites, si deux angles correspondants (ou alternes-internes ou encore alternes-externes) sont isométriques, alors ils sont formés par des droites parallèles coupées par une sécante.** |
| 21. | **Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les paires d’angles internes situées du même côté de la sécante sont supplémentaires.** |
| 22. | Dans un cercle, le rapport des mesures de deux angles au centre est égal au rapport des mesures des arcs interceptés entre leurs côtés. |
| 23. | Dans un disque, le rapport des aires de deux secteurs est égal au rapport des mesures des angles au centre. |
| 24. | **La somme des mesures des angles intérieurs d’un triangle est de 180º.** |
| 25. | **La mesure d’un angle extérieur d’un triangle est égale à la somme des mesures des angles intérieurs qui ne lui sont pas adjacents.** |
| 26. | Les éléments homologues de figures planes ou de solides isométriques ont la même mesure. |
| 27. | Les angles homologues des figures planes ou des solides semblables sont isométriques et les mesures des côtés homologues sont proportionnelles. |
| 28. | Dans des figures planes semblables, le rapport entre les aires est égal au carré du rapport de similitude. |

# Preuves géométriques

|  |  |
| --- | --- |
| Trouve la mesure de l’angle BAC sachant que | |
| **AFFIRMATIONS** | **JUSTIFICATIONS** |
|  |  |
|  | |
| Sachant que le triangle ABG est équilatéral et que AB // CD, trouve la en justifiant chacune de tes étapes. | |
| **AFFIRMATIONS** | **JUSTIFICATIONS** |
|  |  |
|  | |